

Математическая биржа 81
(электронное пособие)

кандидат физико-математических наук
Тоболкин Антон Александрович

tobantal@gmail.com

<http://vkontakte.ru/id16227878>

23.01.2010

Глава 1

Концепция Математической биржи

1.1 Введение

Для кого предназначено это электронное пособие? В первую очередь, оно рассчитано на детей, участвующих в игре "Математическая биржа". Во вторую очередь – для педагогов, методистов и родителей.

В современной России накопилось огромное количество проблем, которое общество не успевает решать. Поэтому, главная миссия школы – научить детей решать **реальные проблемы**. Для этого необходимо развить у обучающегося три основных класса показателей, влияющих на успех в решении любой проблемы.

1. Теоретическая сила – всё то, что может продемонстрировать обучающийся в идеальных для него условиях (зависит от вида проблемы). Сюда входят всевозможные знания, умения, навыки, компетентности и пр.
2. Психологическая подготовка (ПП): умение преодолевать страх, "подняться после падения", выносливость, принятие ответственных решений и т.д.
3. Адекватность – умение выбирать правильные действия, исходя из самооценки своих способностей и возникшей ситуации.

На протяжении нескольких лет в Томской области мною проводились тестирования широко известных математических игр на актуальность, надёжность, точность и достоверность результатов. Исследования показали, что "Математические бои" не соответствуют современным требованиям надёжности, т.к. малая судейская ошибка может привести к серьёзным изменениям в расстановке команд; в "Каруселях" часто бывает, что команды, имеющие разные силы, по результатам игры получают одинаковое количество баллов; "Регаты" дают более точную оценку сил команд, чем "Карусели", но они слишком затратные в плане организации: требуют огромного количества профессионально подготовленных судей. В результате было принято решение о создании эффективной игры нового поколения: более надеждой, с простыми и прозрачными правилами, с продуманной системой защиты от сбоев и быстрого восстановления в случае их возникновения, которая бы давала актуальные достоверные данные.

Игра получила название "Математическая биржа" – в ней участникам игры приходится торговать математическими задачами. Основная идея заключается в том, что вместе с ответом на конкретную задачу команда делает ставку, в которой численно выражает свою уверенность в правильности ответа. Далее, в зависимости от того правильно или нет ответила команда и насколько она была уверена в своём ответе будет меняться цена команды.

Благодаря идеи "в ответ вкладывать уверенность" было разработано два направления:

- 1) командная игра 1.2;
- 2) индивидуальное тестирование.

Первое направление больше рассчитано на обучение, второе – на высокоточное тестирование.

Математическая биржа конструировалась с учётом всех выявленных дефектов известных и широко распространённых математических игр. В игре заложены большие запасы гибкости (для модернизации) и надёжности (для защиты от судейской ошибки). Последняя модификация (см. 1.2) обеспечивает игру ещё большей надёжностью, т.к. любую судейскую ошибку теперь можно исправить в любое время, даже после окончания игры (см. отчёты на www.aclic.tomsk.ru).

Отметим, что основная цель "Математических боев", "Каруселей" и "Регат" – линейное упорядочивание команд по силам. Однако задача линейного упорядочивания совокупности команд по силам в общем случае не корректна, т.к. структура порядка этой совокупности может быть не линейной. Например, в "Математических боях" для линейного упорядочивания команд по силам используется аксиома транзитивности: если команда a сильнее команды b ($a > b$), а команда b сильнее команды c ($b > c$), то из этого следует, что команда a сильнее команды c ($a > c$). Проблема заключается в том, что существуют структуры, в которых аксиома транзитивности не работает. Рассмотрим простую игру "Камень-Ножницы-Бумага". Камень (К) сильнее ножниц (Н), ножницы сильнее бумаги (Б), но из этого не следует, что камень сильнее бумаги. Если из множества (К,Н,Б) выбрать пару, то всегда можно определить сильного и слабого, например, в паре (Н,Б) Н сильнее Б, но само множество (К,Н,Б) в данном случае линейно не упорядочивается. На самом деле, на множестве (К,Н,Б) задана циклическая структура порядка. Понятно, что для структур, элементами которых являются группы людей, всё намного сложнее. Поэтому цель "Математической биржи" – это многомерное упорядочивание команд по силам. Например, две команды А и В могут быть по каким-то координатам равны, по какой-то координате А может быть сильнее В, а по какой-то слабее.

1.2 Правила игры Математическая биржа

Математическая БИРЖА – это командная игра по решению математических задач. Состав команды – ровно 6 человек. Команда решает задачи в любом порядке, но сдавать должна в порядке протокола, причём по одной в порядке живой очереди. Пусть $a(n)$ – цена команды после решения n -ой задачи (полагаем стартовую цену $a(0)=10A$), где A – условная единица торговли. Задачи выдаются все сразу на одном листе, который также исполняет роль протокола. Если команда считает, что у неё

есть решение на n -ую задачу, то в своём протоколе она указывает ответ, а также делает ставку – целое число баллов, которое не должно превосходить цены команды. Далее один из членов команды предоставляет протокол судье, который оценивает правильность этого ответа (в сложных и спорных случаях советуется с другими судьями) и указывает цену. Если ставка равна нулю, то это равносильно отказу от задачи, и тогда цена команды не меняется. Возвращаться к задачам, от которых команда отказалась, нельзя! Если ставка больше нуля, то в случае правильного ответа цена команды увеличится на эту ставку, в случае неправильного – уменьшится на эту ставку. В общем случае ответ считается правильным, если указаны все варианты ответа и не указано ни одного лишнего.

Пример задачи 1. Найти вещественные корни уравнения

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x - 2 = 0.$$

Пусть команда указала в ответе 1 и $-\frac{1}{2}$, а также сделала ставку 7А. Затем судья проверяет ответ. В данном случае ответ верный, поэтому цена команды равна $a(1)=17А$. Если на второй задаче ставка равна 4А, и ответ оказался неверным. Тогда $a(2)=17А-4А=13А$.

Теперь рассмотрим подробнее, что происходит с командами банкротами. Изначально все команды находятся в представительском классе "А". Если команда обанкротилась, то она начинают игру заново, т.е. с 10 баллами, но уже в менее престижном классе "В". Если команда снова обанкротилась, то она получает 10 баллов, но уже в классе "С". Каждый следующий класс менее престижный, чем предыдущий. В классе "А" единицей торговли выступает А, в классе "В" соответственно В и т.д. Значимость В бесконечно мала по сравнению со значимостью А, т.е. сколько бы команда не набрала баллов в классе "В", её цена всегда будет меньше А. Аналогично, значимость С бесконечно мала по сравнению со значимостью В. Например, на третьей задаче команда пошла ва-банк (поставила все баллы) и обанкротилась из-за того, что ответ оказался неверным. Тогда вместо $a(3)=0А$, полагаем $a(3)=10В$. Далее команда продолжает игру, но уже в другом статусе – классом ниже. Пусть ставка на задачу 4 равна 6В, и задача решена верно. Тогда $a(4)=16В$. Допустим, что дальше команда развивалась следующим образом: $a(5)=20В$, $a(6)=18В$, а на 7 задаче опять обанкротилась. Тогда полагаем $a(7)=10С$. Команда снова начинает игру заново, но в качестве единицы торговли выступает уже С, т.е. ставка на 8 задаче одно из следующих чисел: 0,С,...,9С,10С. Пусть $a(8)=15С$, $a(9)=12С$ и т.д.

Игра для конкретной команды заканчивается в следующих случаях:

- 1) закончилось отведённое на игру время;
- 2) закончились задачи;
- 3) команда дисквалифицирована за нарушение дисциплины.

Команде запрещается нарушать дисциплину (мусорить, громко разговаривать, шуметь, отвлекать и оскорблять представителей других команд, судей и т.п., а также пользоваться калькуляторами, ноутбуками, сотовыми, справочниками и т.д.).

Судья обязан разъяснить правила игры, права и обязанности всех участников игрового процесса, координировать игру внутри кабинета, отвечать на вопросы, касающиеся условия задач, игнорировать вопросы, касающиеся решения. Например, команда может спросить, в каком виде записать ответ. Вопросы типа, "правильно ли мы провели те или иные преобразования", судьёй игнорируются.

После того, как игра для команды закончилась, судья изымает протокол, проверяет правильность заполнения и, если всё нормально, ставит свою подпись. Если нет – возвращает протокол на доработку.

1.2.1 Сравнение команд по силам

Несмотря на то, что цель Математической биржи – многомерное упорядочивание команд по силам, мы все равно продолжаем (по разным причинам) линейно упорядочивать команды для расстановки мест и выдачи дипломов.

Если команды по окончании игры находятся в одном классе, например, "С", то сильнее та команда, у которой больше баллов. Если команды в разных классах, то сильнее та, у которой класс более престижный.

Пример. $100A > 87A$, $122A > 122B$, $3A > 1000C$, $17C < 22C$.

1.2.2 Надёжность

Прежняя система правил (когда обанкротившаяся команда покидала игру) давала защиту почти от всех ошибок, кроме фатальных судейских ошибок. Фатальная ошибка судьи – это когда команда решила задачу правильно и поставила все баллы на неё, а судья неправильно оценил ответ, т.е. команда обанкротилась по вине судьи. Благодаря новой системе, любую судейскую ошибку можно исправить. Поясним на вышеизложенном примере. Допустим, после игры выяснилось, что судья ошибся при оценке ответа в задаче 3. Тогда перерасчёт баллов происходит в процентном отношении: $a(3)=26A$, $a(4)=41.6A$, $a(5)=52A$, $a(6)=46.8A$, далее $a(7)=10B$, $a(8)=15B$, $a(9)=12B$, т.е. статус команды, после перерасчёта, возрастает на класс. Надо отметить, что если судья переоценил команду, то происходит также перерасчёт в процентном отношении, но уже не в пользу команды.

1.3 Миссия игры

Миссия игры "Математической биржи" заключается в том, чтобы научить детей принимать правильные решения в условиях неопределённости и ограниченности времени. Задачи игры направлены на развитие интуиции и умений правдоподобно рассуждать. Эти навыки необходимы при решении реальных проблем. В игре используются скрытые формы обучения, например, принуждение к обмену способностями.

1.4 Фатальные ошибки

Философия игры основана на том, что в реальной жизни существуют неисправимые ошибки. В "Математической бирже" фатальная ошибка – это банкротство, после которого команда продолжает игру, но исправить совершённую ошибку она уже не сможет ни за какой промежуток времени, ни при каких усилиях.

1.5 Правдоподобные рассуждения

Обычно в школе не уделяют должного внимания правдоподобным рассуждениям, несмотря на то, что при решении реальных проблем они используются чаще, чем строгие рассуждения. Строгие рассуждения дают 100% точность, но слишком долгие. Правдоподобные – не очень точны, зато очень быстрые. При решении реальных экстремальных проблем скорость часто становится важнее точности.

1.6 Самая страшная эпидемия

Какая самая страшная эпидемия для человечества? Многие подумают, что это СПИД, РАК или Свиной грипп. Однако все болезни мира не уносят столько жизней, сколько одна – опрометчивость. Опрометчивость является причиной большинства ДТП и катастроф. Достаточно небольшой группы опрометчивых людей во главе государства для того, чтобы бессмысленно погибли тысячи людей. Ярким примером являются действия правительства Гаити, которое знало о предстоящем землетрясении, но не предприняло никаких действий. По предварительным данным погибли более 100 тысяч людей. Для сравнения за всё время эпидемии свиного гриппа А/Н1N1 число жертв в мире составило менее 12.5 тысяч (по данным Всемирной организации здравоохранения).

Американские учёные, обнаружившие тревожные признаки нарастания напряжения в разломе Энрикильо, которое привело к разрушительному землетрясению на Гаити, предупреждали об этом ещё два года назад. Свои выводы они представили на геологической конференции в марте 2008-го и на встрече с гаитянскими властями два месяца спустя. Прогноз сейсмологов гласил, что страну ожидает землетрясение силой 7.2 балла. Время показало, что они переоценили опасность всего на две десятых. Можно ли было за два года предотвратить катастрофу? За это время можно было психологически подготовить население, укрепить здания и т.д. **Надо понимать, что катастрофы не всегда возникают по вине человека, но человек всегда определяет степень катастрофы.**

Как возникает опрометчивость, как с ней бороться? Почти все школьные программы во всех странах мира направлены на развитие теоретической силы. Если педагог по каким-то "специальным" технологиям и развивает у детей психологическую подготовку, то это происходит исключительно за счёт ухудшения адекватности. Например, детям внушают, что они "всё могут". В результате, вместо того, чтобы оценивать риски и принимать правильные решения, дети "смело рвутся в бой". Как



Рис. 1.1: последствия землетрясения на Гаити

следствие, у обучающихся появляется серьёзное заболевание – опрометчивость (высокий показатель ПП и низкий показатель адекватности). Такие дети склонны к совершению фатальных ошибок – ошибок, которые невозможно исправить ни при каких усилиях, ни за какой промежуток времени. Опрометчивость лечится путём улучшения адекватности.

"Математическая биржа" – игра, позволяющая с высокой точностью оценить уровень адекватности, а скрытые формы обучения, направленные на принуждение к развитию способностей, позволяют улучшать показатель адекватности. Стоит отметить, что развитие адекватности происходит не за счёт ухудшения психологической подготовки.

Сейчас математику нужно рассматривать не как *царицу наук*, а как *лекарство от опрометчивости*.

Глава 2

Аналитический отчёт Математической биржи 81 (23.01.2010)

2.1 Сокращения

Шифр – название команды;

А – показатель адекватности;

ПП – показатель психологической подготовки;

к.р.з – количество решённых задач;

цена – количество набранных баллов;

вес 1 – вес команды без учёта игры команд учителей;

вес 2 – вес команды с учётом игры команд учителей;

место 1 – место команды без учёта игры команд учителей;

место 2 – место команды с учётом игры команд учителей.

2.2 Основные показатели

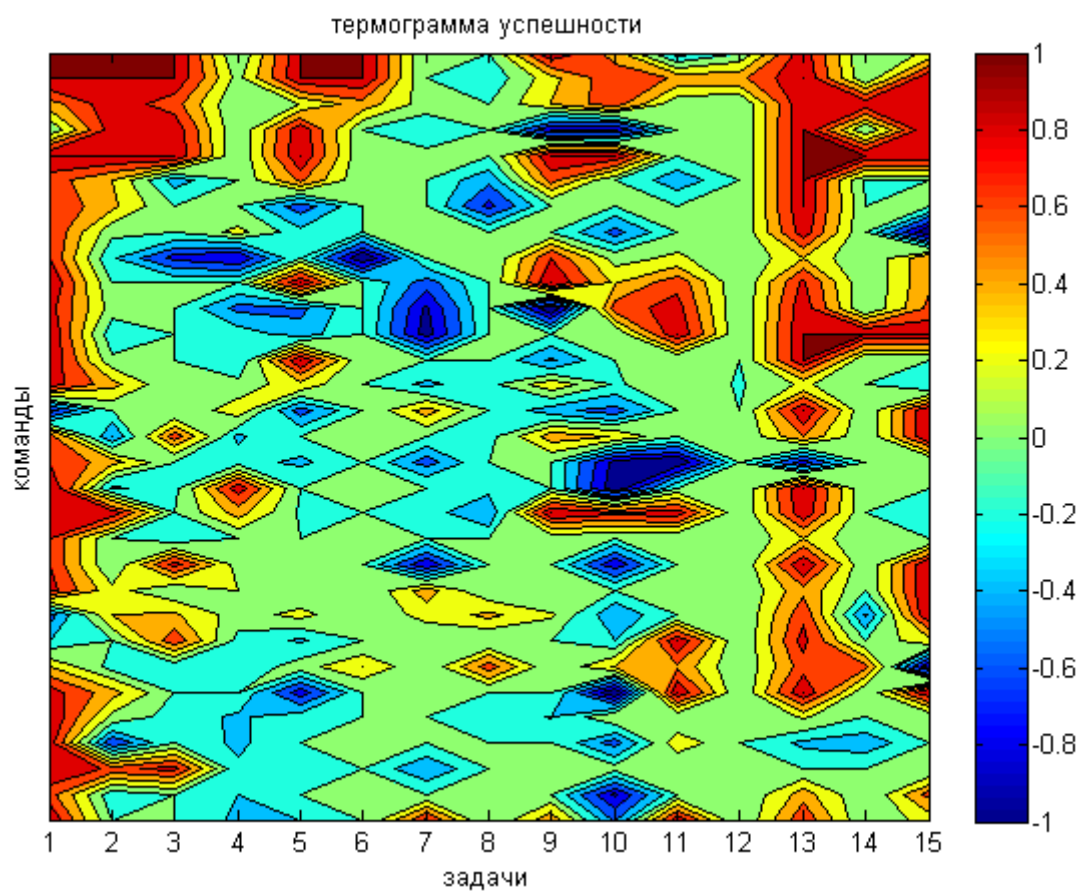
шифр	А	ПП	к.р.з	вес 1	вес 2	цена	место 1	место 2
АЛ-1	0.35294	0.39401	6	0.62979	0.45523	89	4	8
Г1-1	0.11765	0.53125	3	0.16388	0.12831	5	14	18
Г29-1	0.46154	0.44688	4	0.41207	0.26684	33	10	14
Ш19	0.078947	0.63333	2	0.13439	0.11396	2	16	20
Ш67	0.47826	0.20909	4	0.28888	0.21164	16	12	16
АЛ-2	0.2857В	0.7	5	0.33171	0.26079	80В	18	22
СЛ	0.6429В	0.0911	8	2.4695	1.3239	10В	20	24
Г1-2	0.45714	0.56055	4	0.37798	0.2591	41	6	10
Ш4-1	0.17857	0.04375	9	1.5307	1.1898	40	7	11
Г29-2	1	0.10938	7	0.78247	0.55255	140	3	7
АЛ-3	0.052632	0.475	5	0.45555	0.33033	8	13	17
Ш22	0.83333	0.63	2	0.086957	0.072751	21	11	15
АЛ-4	0.50463	0.61927	7	0.62979	0.48301	400	1	5
Г55-1	0.025926	0.96429	3	0.21196	0.18386	2	16	20
Г29-3	0.0111В	0.675	2	0.1204	0.092593	3В	21	25
Л7	0.41522	0.30104	6	0.58055	0.38588	80	5	9
Г2	0.05	0.5	4	0.4954	0.36905	4	15	19
Г1-4	0.53489	0.059884	7	0.67146	0.49058	41	6	10
Г55-2	0.45238	0.525	4	0.33055	0.21922	38	9	13
Г26	0.05	1	5	0.75479	0.45523	16	12	16
Г29-4	0.0476В	0.33469	6	0.45671	0.34412	102В	17	21
ЮШ6	0.5	0.42969	7	0.67146	0.46281	275	2	6
Г55-3	0.0555В	0.15469	6	0.50479	0.3719	55В	19	23
Ш49-1	0.4583В	0.28636	4	0.28888	0.23942	10В	20	24
Ш49-2	0.15385	0.65	3	0.16388	0.12831	8	13	17
Ш51	0.29598	0.41176	5	0.45555	0.30255	39	8	12

2.3 Сводная таблица

шифр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
АЛ-1	20	20	20	15	12	12	22	22	34	20	39	39	69	69	89
Г1-1	17	15	15	12	12	12	12	12	12	2	2	2	3	3	5
Г29-1	20	35	65	55	50	50	30	30	30	33	33	33	33	33	33
Ш19	19	8	8	6	6	6	6	6	6	3	4	4	3	2	2
Ш67	20	23	21	16	15	15	15	14	11	13	13	13	16	16	16
АЛ-2	19	28	28	28	8	8	8	8	8	10В	20В	20В	40В	40В	80В
СЛ	14	13	11	9	10	14	14	24	24	34	53	53	90	150	10В
Г1-2	8	8	14	13	10	10	10	10	10	8	16	16	30	30	41
Ш4-1	5	7	10	11	14	14	18	26	32	20	20	20	35	20	40
Г29-2	19	24	25	30	30	30	45	45	45	45	45	45	70	70	140
АЛ-3	18	18	34	38	38	38	8	8	8	2	2	2	4	4	8
Ш22	18	18	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	21	21	21
АЛ-4	20	39	39	58	56	56	50	30	60	110	210	210	410	410	400
Г55-1	20	15	14	27	27	27	27	24	24	1	1	1	2	2	2
Г29-3	18	27	27	24	18	18	9	9	9	1	10В	10В	3В	3В	3В
Л7	17	10	17	13	13	13	13	12	18	25	25	25	40	40	80
Г2	3	3	3	4	2	2	3	3	2	1	1	1	2	2	4
Г1-4	19	28	28	30	40	40	30	28	38	37	42	41	51	51	41
Г55-2	20	21	21	17	34	34	34	34	19	19	19	19	38	38	38
Г26	20	17	17	16	11	11	1	1	1	1	2	2	4	8	16
Г29-4	19	21	21	11	6	6	1	1	10В	17В	32В	32В	62В	62В	102В
ЮШ6	20	20	20	20	40	40	20	20	40	55	95	95	175	175	275
Г55-3	18	15	5	1	1	10В	10В	10В	18В	20В	25В	25В	35В	35В	55В
Ш49-1	18	19	19	24	21	21	21	21	21	11	11	11	21	21	10В
Ш49-2	18	26	26	26	12	12	12	4	4	4	4	4	8	8	8
Ш51	17	24	17	17	28	28	28	18	30	30	20	20	40	39	39

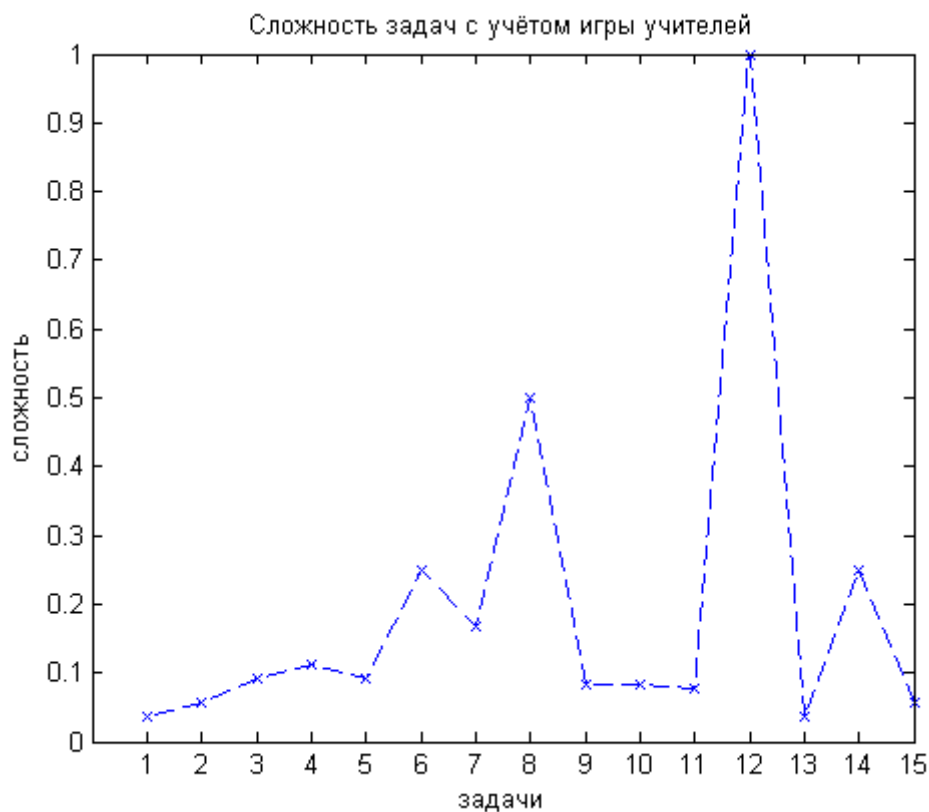
Перерасчёт баллов не производился, т.к. не было судейских ошибок.

2.4 Термограмма успешности



Термограмма показывает разный уровень подготовки команд 8-х классов.

2.5 Сложность задач



Как решали задачи обучающиеся.

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
кол-во правильных ответов	23	13	6	8	6	1	4	2	8	8	11	0	23	2	13
кол-во отказов	5	11	19	10	13	29	19	22	19	11	18	30	6	26	14
кол-во неверных ответов	3	7	6	13	12	1	8	7	4	12	2	1	2	3	4

Как решали задачи учителя.

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
кол-во правильных ответов	4	5	5	1	5	3	2	0	4	4	2	1	5	2	5
кол-во отказов	1	0	0	4	0	2	2	4	0	0	2	4	0	3	0
кол-во неверных ответов	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0

2.6 Рекомендации

Все решения задач будут опубликованы в едином сборнике "Математическая биржа". Рекомендую прочитать все отчёты по игре на официальном сайте МОУ Академического лицея г.Томска www.aclic.tomsk.ru.

Чтобы получить дополнительную информацию, рекомендации, узнать или поделиться решениями задач, нужно обратиться к автору и организатору игры по

e-mail: tobantal@gmail.com

или написать в Контакте

<http://vkontakte.ru/id16227878>.

Данное электронное пособие находится в свободном доступе на официальном сайте МОУ Академического лицея г.Томска www.aclic.tomsk.ru.